TẠP CHÍ KHOA HỌC
Khoa học Xã hội, Số 19 (4/2020) tr. 81 - 87

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TƯ DUY PHÂN TÍCH THÔNG QUA DẠY HỌC BẤT ĐẲNG THỨC AM-GM CHO HỌC SINH TRUNG HỌC

Nguyễn Tiến Đà, Đỗ Văn Lợi
Trường Đại học Hồng Đức

Tóm tắt: *Trong bài báo này, chúng tôi đề cập đến việc cần thiết phải bồi dưỡng năng lực tư duy phân tích cho học sinh khối trung học khi tiếp nhận kiến thức về môn Toán thông qua dạy học chuyên đề bất đẳng thức AM-GM. Một số ví dụ minh họa cho việc định hướng, hình thành và phát triển cũng như bồi dưỡng năng lực tư duy phân tích cho học sinh cũng đã được tác giả đề cập. Qua mỗi ví dụ, tác giả đã phân tích và làm rõ những thành tố cơ bản góp phần hình thành và phát triển năng lực tư duy phân tích của học sinh.*

Từ khóa: *Tư duy phân tích, bất đẳng thức AM-GM, Côsi.*

1. Mở đầu

Trong quá trình học tập của học sinh, tư duy phân tích có ý nghĩa quan trọng, nó đóng vai trò nền tảng, giúp học sinh hiểu được nội dung và nắm được vấn đề trọng tâm một cách rõ ràng và sâu sắc, giúp cho việc phân tích, tìm lời giải khi giải quyết vấn đề. Có thể nói tư duy phân tích là tư duy về đối tượng, các thành phần tham gia vào đối tượng, các mối liên kết, quan hệ hữu cơ giữa các đối tượng, từ đó xác định các đặc điểm, tính chất, đặc trưng, vai trò của đối tượng trong mối quan hệ với các đối tượng khác (gọi chung là các yếu tố). Với việc xác định các yếu tố cấu thành của một đối tượng, tư duy phân tích mang tính suy luận theo chiều sâu.

Như vậy khi tìm hiểu về một đối tượng, tư duy phân tích đòi hỏi phải phân chia đối tượng thành các bộ phận cấu thành của nó (theo một hướng nào đó), các thành phần của đối tượng phải được xem xét, đánh giá một cách kỹ lưỡng, tỉ mỉ, sâu sắc và toàn diện. Đồng thời, việc tìm tòi, phát hiện mối quan hệ giữa các thành phần, phát hiện ra sự liên quan giữa các đối tượng đang được xem xét cũng là một yếu tố quan trọng góp phần cho sự hình thành và phát triển tư duy phân tích của người học.

Trong học toán, tư duy phân tích có thể được thể hiện qua sự quan sát, nhận dạng đối tượng, qua sự phân chia các trường hợp có thể xảy ra (nếu có) đối với một vấn đề; sự tìm mối liên hệ giữa giả thiết và kết luận của Định lí, hiểu rõ về mỗi yếu tố và quan hệ giữa các yếu tố trong giả thiết; sự hiểu rõ ràng các bước trong chứng minh, tìm mối quan hệ giữa các khái niệm, giữa các mệnh đề hay các bài tập; sự suy nghĩ sâu sắc sau khi học hay giải quyết một bài toán, thể hiện ở việc khái quát hóa hay đưa ra kết luận riêng của mỗi học sinh.

Trong chương trình Toán dành cho khối trung học, bất đẳng thức là một chuyên đề không còn xa lạ đối với các em học sinh, đặc biệt là các học sinh khá và giỏi, học sinh lớp chuyên, lớp chọn và các học sinh nằm trong đội tuyển dự thi học sinh giỏi quốc gia, khu vực và quốc tế. Thông qua việc dạy học bất đẳng thức cho học sinh khối trung học cũng góp phần vào việc hình thành và phát triển năng lực tư duy phân tích cho học sinh. Tuy nhiên, việc tiếp cận chuyên đề bất đẳng thức của phần đông học sinh đang còn gặp những khó khăn và hạn chế nhất định. Nguyên nhân chính dẫn đến điều này chủ yếu là do khả năng xử lý, suy luận cũng như năng lực phân tích bài toán của số đông học sinh còn yếu kém, đồng thời trong thực tiễn dạy học chuyên đề bất đẳng thức, nhiều giáo viên đang còn xem nhẹ sự cần thiết phải định hướng, tìm tòi lời giải cũng như rèn luyện và phát triển phát triển năng lực tư duy phân tích cho học sinh qua từng bài toán.

Từ thực tế đó, việc phát hiện và bồi dưỡng năng lực tư duy phân tích cho học sinh khi dạy học bất đẳng thức nói chung và bất đẳng thức AM-GM nói riêng cần phải được thực hiện một cách kịp thời, nghiêm túc và có hệ thống. Điều này cũng hoàn toàn nằm trong mục tiêu đổi mới giáo dục là theo hướng phát triển năng lực tư duy cho người học mà trong đó năng lực tư duy phân tích là một thành tố cơ bản và quan trọng góp phần sự phát triển toàn diện cho các em khi còn ngồi trên ghế nhà trường.

2. Các dạng biểu diễn của bất đẳng thức AM-GM

2.1. Dạng tổng quát

Giả sử $a_1, a_2, ..., a_n$ là n số thực không âm, khi đó ta có:

Dạng 1	Dạng 2
$\dfrac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 ... a_n}$	$a_1 + a_2 + ... + a_n \geq n\sqrt[n]{a_1 a_2 ... a_n}$
Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a_1 = a_2 = ... = a_n \geq 0$.	

2.2. Các trường hợp đặc biệt

n	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
Điều kiện	$\forall a, b \geq 0$	$\forall a, b, c \geq 0$	$\forall a, b, c, d \geq 0$
Dạng 1	$\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$	$\dfrac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$	$\dfrac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$
Dạng 2	$a + b \geq 2\sqrt{ab}$	$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$	$a + b + c + d \geq 4\sqrt[4]{abc}$
Dạng 3	$\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$	$\left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^3 \geq abc$	$\left(\dfrac{a+b+c+d}{4}\right)^4 \geq abcd$
Dấu bằng	$a = b$	$a = b = c$	$a = b = c = d$

Chú ý: Tên gọi AM-GM là tên viết tắt của thuật ngữ Tiếng Anh ***Arithmetic mean – Geometric mean*** nêu lên bản chất của bất đẳng thức:

$$\frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 ... a_n}, \forall a_i \geq 0.$$

Các sách Toán học đã xuất bản ở Việt Nam thường gọi bất đẳng thức trên là bất đẳng thức Côsi. Tên gọi này xuất phát từ tên nhà Toán học Pháp Côsi (Cauchy) là người đầu tiên chứng minh bất đẳng thức này và ông đã chứng minh nó bằng một phương pháp quy nạp đặc biệt và có thể gọi là phương pháp " Quy nạp Côsi" (Quy nạp Tiến Lùi) [3, tr.19].

3. Một số ví dụ bồi dưỡng năng lực tư duy phân tích cho học sinh thông qua hoạt động dạy học chứng minh bất đẳng thức bằng cách sử dụng bất đẳng thức AM-GM

Ví dụ 1 [4, tr 10]**.** Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\left(1 + \frac{x}{y}\right)\left(1 + \frac{y}{z}\right)\left(1 + \frac{z}{x}\right) \geq 2 + \frac{2(x + y + z)}{\sqrt[3]{xyz}} \quad (1)$$

Bước 1. Nhận dạng bài toán

- Đây là bài toán chứng minh bất đẳng thức đối xứng với biến số là các số thực dương; giữa các biến không có ràng buộc điều kiện; vai trò của các biến là như nhau, từ đó dấu bằng của bất đẳng thức xảy ra khi ba biến nhận giá trị bằng nhau, điều này giúp ta nghĩ ngay đến bất đẳng thức AM-GM cho ba số dương;

- Việc xuất hiện biểu thức ba biến, giáo viên có thể gợi ý để học sinh liên tưởng đến trường hợp $n = 3$, (như đã đề cập ở trên).

Bước 2. Phân tích và biến đổi

Từ những quan sát ở trên chúng ta có thể tiếp cận bài toán theo một trong hai cách như sau:

- Cách tiếp cận thứ nhất:Ta sẽ biến đổi vế trái của (1) như sau.

$$\text{VT(1)}=\frac{x+y}{y}\frac{y+z}{z}\frac{z+x}{x}=\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}.$$

Đến đây, nếu dùng bất đẳng thức AM-GM cho tử hoặc mẫu của biểu thức ở trên, chắc chắn đều không đem lại kết quả khả quan. Ta quan sát **Bổ đề** sau:

Bổ đề 1. Với a,b,c là các số thực không âm tùy ý, ta luôn có:

$$9(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8(a+b+c)(ab+bc+ca).$$

Áp dụng **Bổ đề** này vào biểu thức trên, ta được:

$$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}=\frac{9(x+y)(y+z)(z+x)}{9xyz}\geq\frac{8(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}.$$

Đến đây ta thấy biểu thức $x+y+z$ đã xuất hiện bên vế phải của (1). Nếu quan sát tiếp, chúng ta thấy rằng, vế phải có dạng tổng, như vậy một ý tưởng có thể được nghĩ tới là chúng ta sẽ tách biểu thức sau cùng ở trên thành hai phần, cụ thể, ta làm như sau: $\dfrac{8(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}=A+B$,
trong đó ta sẽ chọn A,B sao cho hai bất đẳng thức sau $A\geq 2$ và $B\geq\dfrac{2(x+y+z)}{\sqrt[3]{xyz}}$
phải xảy ra đồng thời. Điều này hoàn toàn thực hiện được, thật vậy, chúng ta để ý một chút thì đa thức $x+y+z$ bậc một, đa thức $xy+yz+zx$ bậc hai và đơn thức xyz bậc ba, đồng thời ta có $3.3=9$. Như vậy, nếu ta dùng bất đẳng thức AM-GM cho hai bộ số dương (x,y,z) và (xy,yz,zx) thì xyz sẽ bị triệt tiêu, từ đó ta chỉ cần tách $8=2+6$ thì ta thu được kết quả $A\geq 2$. Tóm lại, ta biến đổi như sau:

$$\frac{8(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}=\frac{2(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}+\frac{6(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}$$

Ta có: $\begin{cases}x+y+z\geq 3\sqrt[3]{xyz}\\ xy+yz+zx\geq 3\sqrt[3]{(xyz)^2}\end{cases}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z$. Do đó:

$$\frac{2(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}\geq\frac{2.3.3\sqrt[3]{xyz}\sqrt[3]{(xyz)^2}}{9xyz}=2,$$

đồng thời, $\dfrac{6(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}\geq\dfrac{2(x+y+z).3\sqrt[3]{(xyz)^2}}{3xyz}=\dfrac{2(x+y+z)}{\sqrt[3]{xyz}}$.

Do đó: $\dfrac{8(x+y+z)(xy+yz+zx)}{9xyz}\geq 2+\dfrac{2(x+y+z)}{\sqrt[3]{xyz}}$. Tóm lại, ta luôn có bất đẳng thức:

$\left(1+\dfrac{x}{y}\right)\left(1+\dfrac{y}{z}\right)\left(1+\dfrac{z}{x}\right)\geq 2+\dfrac{2(x+y+z)}{\sqrt[3]{xyz}}$, với mọi $x,y,z>0$.

-Cách tiếp cận thứ hai: Ta sẽ biến đổi như sau

$$\left(1+\frac{x}{y}\right)\left(1+\frac{y}{z}\right)\left(1+\frac{z}{x}\right)\geq 2+\frac{2\left(x+y+z\right)}{\sqrt[3]{xyz}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}+\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}\geq \frac{2\left(x+y+z\right)}{\sqrt[3]{xyz}}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có:

$$\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+\frac{x}{x}\geq \frac{3x}{\sqrt[3]{xyz}}$$

$$\frac{y}{z}+\frac{y}{x}+\frac{y}{y}\geq \frac{3y}{\sqrt[3]{xyz}}$$

$$\frac{z}{x}+\frac{z}{y}+\frac{z}{z}\geq \frac{3z}{\sqrt[3]{xyz}}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $x=y=z$. Cộng các bất đẳng thức cùng chiều ở trên, cho ta:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}+\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}+3\geq \frac{3\left(x+y+z\right)}{\sqrt[3]{xyz}}.$$

Ta lại có: $\dfrac{3\left(x+y+z\right)}{\sqrt[3]{xyz}}=\dfrac{2\left(x+y+z\right)}{\sqrt[3]{xyz}}+\dfrac{x+y+z}{\sqrt[3]{xyz}}$ và $\dfrac{x+y+z}{\sqrt[3]{xyz}}\geq 3$. Do đó:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}+\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}\geq \frac{2\left(x+y+z\right)}{\sqrt[3]{xyz}},$$

dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z$.

Bước 3. Kết luận

Dù tiếp cận theo cách một hay cách hai, chúng ta đều phải sử dụng bất đẳng thức AM-GM một cách linh hoạt và hợp lý.

Nhận xét.

- Việc bồi dưỡng năng lực tư duy phân tích cho học sinh thông qua bài toán trên được thể hiện qua một số điểm sau:

Thứ nhất: Giáo viên có thể đặt câu hỏi mang tính gợi ý để học sinh có thể liên tưởng tới một kết quả quen thuộc (như **Bổ đề 1**), điều này giúp học sinh có thói quen hình thành và phát triển khả năng nhận dạng đối tượng mới thông qua đối tượng đã biết. Đây là một trong những thành tố cơ bản và quan trọng, góp phần bồi dưỡng năng lực tư duy phân tích của học sinh.

Thứ hai: Việc định hướng cho học sinh tách vế trái thành hai số hạng (theo cách tiếp cận thứ nhất) không những giúp học sinh hình thành kỹ năng xử lý tình huống để giải quyết đơn lẻ mà còn giúp học sinh hình thành thói quen quan sát đối tượng (vế phải của bất đẳng thức cũng có dạng tổng). Đây cũng là một thành tố rất quan trọng trong năng lực tư duy phân tích của học sinh.

Thứ 3: Việc định hướng cho học sinh tiếp cận theo cách thứ hai góp phần phát triển kỹ năng và tư duy biến đổi cũng như sự sáng tạo của học sinh trong việc tìm kiếm các phương pháp giải khác nhau cho một bài toán. Điều này là thực sự cần thiết, bởi lẽ sự sáng tạo sẽ là nền tảng cho việc hình thành một tư duy phân tích mềm dẻo và linh hoạt. Ngược lại, khi có một tư duy phân tích linh hoạt và mềm dẻo sự sáng tạo trong lời giải của học sinh sẽ đa dạng và phong phú hơn.

- Thông qua việc chứng minh bất đẳng thức, việc biết quan sát các đối tượng một cách cụ thể, chi tiết, sẽ giúp học sinh phân tích được bài toán một cách đầy đủ và rõ ràng, đó cũng là cơ sở cho sự hình thành và phát triển năng lực tư duy phân tích của học sinh.

Ví dụ 2 [4, tr.14]. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $xy \geq 12, yz \geq 8$. Chứng minh rằng :

$$P = x + y + z + 2\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) + \frac{8}{xyz} \geq \frac{121}{12}.$$

Bước 1.Nhận dạng bài toán.

- Trước hết ta thấy, đây là bài chứng minh bất đẳng thức có điều kiện;

- Vai trò của các biến là như nhau trong biểu thức vế trái của bất đẳng thức, tuy nhiên vai trò của các biến là khác nhau trong biểu thức điều kiện của giả thiết. Đây là một khó khăn cho học sinh khi xác định dấu bằng xảy ra.

Bước 2. Phân tích và biến đổi

- Để dấu đẳng thức xảy ra thì ở hai bất đẳng thức điều kiện phải đồng thời xảy ra dấu bằng, tức là: $xy = 12; yz = 8$. Như vậy, nếu dấu bằng xảy ra tại các điểm nguyên dương, thì y phải là ước chung của 12 và 8, suy ra $y \in \{1;2;4\}$. Nếu $y = 1$, ta có bộ $(x, y, z) = (12,1,8)$. Nếu $y = 2$, ta có bộ $(x, y, z) = (6,2,4)$, còn lại nếu $y = 4$, ta có bộ $(x, y, z) = (3,4,2)$.

- Ta có $P(12,1,8) = \frac{1033}{48} > \frac{121}{12}$; $P(6,2,4) = \frac{33}{8} > \frac{121}{12}$; $P(3,4,2) = \frac{121}{12}$.

Như vậy, "điểm rơi" của bài toán là khi $(x, y, z) = (3,4,2)$. Vấn đề còn lại là ta sẽ sử dụng bất đẳng thức AM-GM như thế nào để cho dấu đẳng thức xảy ra khi $(x, y, z) = (3,4,2)$. Đầu tiên, ta cần triệt tiêu số hạng $2\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) = \frac{2}{xy} + \frac{2}{yz} + \frac{2}{zx}$, để làm điều này ta để ý rằng

khi $x = 3; y = 4; z = 2$ thì $\frac{2}{xy} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}; \frac{2}{yz} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; \frac{2}{xz} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, như vậy đối với x, y, z, ta chọn cách phân tích như sau:

$$x = \frac{x}{18} + \frac{x}{9} + \frac{5x}{6}; y = \frac{y}{24} + \frac{23y}{24} = \frac{y}{24} + \frac{y}{16} + \frac{43y}{48}; z = \frac{z}{8} + \frac{z}{6} + \frac{17z}{24}.$$

Như vậy ta có:
$$\begin{cases} \frac{x}{18} + \frac{y}{24} + \frac{2}{xy} \geq 3\sqrt[3]{\frac{x}{18}\frac{y}{24}\frac{2}{xy}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \\ \frac{y}{16} + \frac{z}{8} + \frac{2}{yz} \geq 3\sqrt[3]{\frac{y}{16}\frac{z}{8}\frac{2}{yz}} = \frac{3}{4}; \\ \frac{x}{9} + \frac{z}{6} + \frac{2}{zx} \geq 3\sqrt[3]{\frac{x}{9}\frac{z}{6}\frac{2}{zx}} = \frac{3}{3} = 1. \end{cases}$$

Dấu bằng xảy ra khi: $x = 3; y = 4; z = 2$. Tiếp theo, ta cần triệt tiêu thêm số hạng $\frac{8}{xyz}$, để ý rằng, khi $x = 3; y = 4; z = 2$ thì $\frac{8}{xyz} = \frac{8}{3.4.2} = \frac{1}{3}$. Như vậy ta cần tách như sau:

$$\frac{5x}{6} = \frac{x}{9} + \frac{13x}{18}; \frac{43y}{48} = \frac{y}{12} + \frac{13y}{16}; \frac{17z}{24} = \frac{z}{6} + \frac{13z}{24}.$$

Khi đó, ta có:
$$\frac{x}{9} + \frac{y}{12} + \frac{z}{6} + \frac{8}{xyz} \geq 4\sqrt[4]{\frac{x}{9}\frac{y}{12}\frac{z}{6}\frac{8}{xyz}} = \frac{4}{3},$$
dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $x = 3; y = 4; z = 2$.

Sau khi triệu tiêu được hai số hạng nói trên, thì việc xử lý phần còn lại đối với $\frac{13x}{18};\frac{13y}{16};\frac{13z}{24}$ trở thành đơn giản. Thật vậy, ta có:

$$\begin{cases} \frac{13y}{16}=\frac{13y}{24}+\frac{13y}{48} \\ \frac{13x}{18}+\frac{13y}{24}\geq 2\sqrt{\frac{13x}{18}\frac{13y}{24}}=\frac{13}{3} \\ \frac{13y}{48}+\frac{13z}{24}\geq 2\sqrt{\frac{13y}{48}\frac{13z}{24}}=\frac{13}{6} \end{cases}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $x=3; y=4; z=2$.

Bước 3. Kết luận

Từ các đánh giá ở **Bước 2** ta thu được:

$$P\geq \frac{1}{2}+\frac{3}{4}+1+\frac{4}{3}+\frac{13}{3}+\frac{13}{6}=\frac{121}{12}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $x=3; y=4; z=2$. Bài toán được giải quyết hoàn toàn.

Nhận xét.

- Việc bồi dưỡng năng lực tư duy phân tích cho học sinh thông qua bài toán trên được thể hiện qua một số điểm sau đây:

Thứ nhất: Việc hướng dẫn cho học sinh những thao tác và kỹ năng dự đoán dấu bằng sẽ là một bước đầu tiên và quan trọng giúp học sinh hình thành thói quenbiết chọn lọc, khoanh vùng đối tượng nghiên cứu, từ đó việc xử lý bài toán sẽ có trọng tâm và tập trung hơn.

Thứ hai: Việc phân tích giả thiết của bài toán ngay từ đầu giúp học sinh hình thành kỹ năng xử lý và phán đoán một cách hiệu quả, tránh được việc phải thử đi thử lại nhiều lần, rút ngắn được thời gian để tìm ra phương pháp giải tối ưu.

- Như vậy thông qua bài toán trên, kỹ năng biết chọn lọc đối tượng, xử lý tình huống và phán đoán kết quả của học sinh được hình thành và phát triển. Đây cũng là những thành tố quan trọng, cấu thành nên năng lực tư duy phân tích của học sinh.

Tóm lại**,** trong dạy học chứng minh bất đẳng thức bằng phương pháp AM-GM thì việc hướng dẫn và định hướng cho học sinh cách dự đoán dấu đẳng thức (hay lựa chọn điểm rơi) là rất cần thiết, nó là một kỹ năng cơ bản mà học sinh cần nắm được và phải được vận dụng một cách linh hoạt, sáng tạo khi học về bất đẳng thức. Từ đó, năng lực tư duy phân tích của học sinh cũng dần được hình thành và phát triển một cách tích cực và tự nhiên.

Kết luận chung: Thông qua dạy học chuyên đề bất đẳng thức bằng cách sử dụng bất đẳng thức AM-GM, năng lực tư duy phân tích của học sinh được phát triển một cách tích cực, góp phần hoàn thiện năng lực tư duy của học sinh.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Chu Cẩm Thơ (2012), Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Nxb Đại học Sư phạm.

[2] Nguyễn Phúc Chỉnh (2009), Cơ sở lý thuyết của bản đồ khái niệm. Tạp chí Giáo dục, số 210, tr 18-20.

[3] Trần Phương (2016), Những Viên kim cương trong bất đẳng thức. Nxb tri thức.

[4] https://boxmath.vn (Diễn đàn toán học) (2011), Chuyên đề toán phổ thông, tuyển tập bất đẳng thức.

FOSTERING ANALYTICAL THINKING COMPETENCE FOR HIGH SCHOOL STUDENTS THROUGH TEACHING AM-GM INEQUALITY

Nguyen Tien Da, Do Van Loi
Hong Duc Univeristy

Abstract: *In this paper, we discuss the necessity to foster analytical thinking competence for high school students when acquiring knowledge of Mathematics through teaching AM-GM inequality. A number of examples illustrating the orientation, formation and development as well as fostering analytical thinking competence for students are presented. In each example, the basic components contributing to the formation and development of analytical thinking competence for students are analyzed and clarified.*

Keywords: *Analytical thinking, AM-GM inequality, Cauchy.*

Ngày nhận bài: 20/8/2019. Ngày nhận đăng: 14/10/2019.
Liên lạc: Nguyễn Tiến Đà; e-mail: dovanloi@hdu.edu.vn